

分形图象编码中的快速搜索方法研究

平西建 周立红 邵美珍

(解放军信息工程学院, 郑州 150002)

摘要 在深入研究分形图象编码原理的基础上, 提出一种基于“区域块与简单变换后的范围块之间方差关系”的快速搜索方法——R-D搜索方法。与JFB搜索方法相比, 在重建图象质量相当的条件下, R-D搜索方法使编码速度大约提高2倍。

关键词 压缩仿射变换, 迭代函数系统

1 引言

70年代末, 法国数学家 Mandelbrot 创立了分形几何学, 提出了“分形”的概念, 为描述复杂的自然景物提供了有力的数学工具。80年代末, 分形几何理论应用于图象编码, 产生了新颖的分形图象编码方法。由于具有潜在的高压缩比和优良的重建图象质量, 分形图象编码方法的研究十分活跃^[1]。目前, 这种编码方法尚不够成熟, 很多问题有待于进一步研究与探索^[2]。在常见的分割迭代函数系统 (Partitioned Iterated Function System, PIFS) 分形图象编码中, 原始图象中一个区域块 (Range block) 的编码由匹配范围块 (Domain block) 和相应的压缩仿射变换 (contractive affin transform) 构成。由于最佳匹配块的选择需要通过搜索完成, 分形编码需要较多的运算量和运算时间。本文在深入研究分形图象编码原理的基础上, 根据压缩仿射变换的特点, 推导出区域块与简单变换后的范围块之间的方差约束关系, 依据方差约束关系提出一种快速搜索方法——R-D (Range block-Domain block) 搜索方法。与常用的 JFB 搜索方法^[3]相比, 在重建图象质量相当的条件下, R-D 搜索方法使编码速度大约提高 2 倍。

2 分形图象编码的原理与实现

分形图象编码建立在分形几何学基础上, 它是

利用图象的自相似性, 产生一个迭代函数系统构成分形编码算法。常见的迭代函数系统 $\{S_i\}$ 实际上就是一组压缩仿射变换的集合。

这里的压缩仿射变换为:

$$S(x) = T(x) + a$$

其中, T 是非奇异的线性变换, $x \in D, a \in R^n, D$ 是空间 R^n 的一个闭子集, 并且存在一个实常数 $c, (0 < c < 1)$, 使得所有的 $x \in D, y \in D$, 都有:

$d(S(x), S(y)) \leq c \cdot d(x, y)$, 此处, c 为压缩因子, $d(\cdot, \cdot)$ 是两点间的距离。

应用迭代函数系统可以产生一幅分形图象, 而这个分形图象与原始图象具有一定的相似性。通过迭代不断逼近原始图象并产生恢复图象便可得到分形图象编码的解码。解码过程的理论依据是迭代函数系统的不变集定理。此定理表明对于迭代函数系统 $\{S_i\}$ 必定存在唯一的非空紧集 $F \subset D$, 它对 $\{S_i\}$ 是不变的, 即:

$$F = \bigcup_{i=1}^N S_i(F)$$

令

$$S = \bigcup_{i=1}^N S_i,$$

即:

$$S(D) = \bigcup_{i=1}^N S_i(D)$$

$$\text{则 } F = \lim_{k \rightarrow \infty} S^k(D)$$

其中: $S^0(D) = D \quad S^k(D) = S(S^{k-1}(D))$

相应地, 编码过程则是产生一个能够重建原始图象的迭代函数系统的过程, 其理论依据是拼贴定

理。设迭代函数系统 $\{S_i\}$ 的压缩因子是 c , 不变集是 F , 则对任何一个非空紧集 $E \subset R^n$, 下式成立:

$$H(E, F) \leq \frac{H(E, S(E))}{1-c}$$

式中, $S(E) = \bigcup_{i=1}^N S_i(E)$, $H(\cdot, \cdot)$ 是两个集合间的豪斯道夫 (Hausdroff) 距离 (豪斯道夫距离的意义参见 [4])。

拼贴定理的直接推论是: 设非空紧集 $E \subset R^n$, 对任意给定的 $\epsilon > 0$, 存在 N (N 与 ϵ 有关) 个压缩仿射变换 S_1, S_2, \dots, S_N , 构成一个迭代函数系统, 该迭代函数系统的不变集是 F , 满足 $H(E, F) \leq \epsilon$ 。

根据拼贴定理及其推论, 可以得到分形图象编码的基本思想: 将原始图象作为非空紧集 E , 用某种方法产生一个迭代函数系统 S , 其不变集为 F , 且 F 是 E 的一个较好的近似。若 $H(E, S(E))$ 足够小, 则原始图象 E 在迭代函数系统 S 的作用下, 基本上保持不变。由于迭代函数系统代码的数据量较小, 存储这组代码可实现很高的压缩比, 而且 N 越大, 压缩比越低, 但失真越小。

按此基本思想, 可构成 PIFS 分形图象编码方法。首先, 将原始图象分割为一系列不相重合的区域块 R_1, R_2, \dots, R_N ; 同时从原始图象中选取一系列较大的范围块 (相对区域块的大小而言) D_1, D_2, \dots, D_M , 不同的范围块之间可以重叠。在对某个区域块 R_i 编码时, 搜索全部或部分范围块, 得到与区域块 R_i “匹配”的范围块 D_j , 即: 范围块 D_j 经过适当的压缩仿射变换 S_j 作用后, 与区域块 R_i 的误差在允许的范围内。这样, 每一个区域块都有一个匹配的范围块和相应的压缩仿射变换, 这些压缩仿射变换的全体就构成了重建原始图象的迭代函数系统 (IFS)。对于理想的分形图象, 区域块和范围块的尺寸选择是任意的, 但实际图象仅在一定的尺度范围内表现出部分自相似性。区域较小时, 易找到匹配的范围块, 编码性能稳定, 但压缩比低, 且当区域块和范围块尺度相差不悬殊时, 相似性较好。

编码处理中, 区域块与范围块之间的匹配关系是通过搜索得到的, 因而需要花费大量的时间。减少搜索时间的基本途径是在对区域块编码时, 只对一部分范围块进行搜索。为使局部最佳搜索的性能接近全局最佳, 一般根据区域块和范围块内象素灰度值的特点, 将它们分为若干类别, 在对某一类区域块编码时, 只在同类的范围块中搜索并得到最佳匹配范围块。目前常用的分类方法有 Jacquin 法 [5] 和 JFB

法 [3] 由 Jacobs, Fisher 和 Boss 等人提出的 JFB 分类方法具有较高的分类效果。该方法依据图象块内 4 个子块平均灰度的相对大小将图象块分成 3 类, 每一类图象的灰度大小分布如图 1 所示 (图中数字表示子块平均灰度值由大到小排列的序号)。搜索时首先计算输入图象 4 个子块的平均灰度值, 通过翻转或旋转, 使 4 个子块的平均灰度值分布符合图 1 中某一类别, 而后在相应的范围块中搜索。

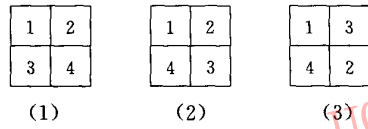


图 1 JFB 分类
Fig. 1 Classification based JFB

在 PIFS 编码处理中, 采用基于 JFB 分类方法的部分搜索方法——JFB 搜索方法后, 虽可大幅度地提高编码速度, 但仍需花费大量的搜索时间。为了进一步提高处理速度, 作者根据压缩仿射变换的特点, 分析、推导并找出了区域块与简单变换后的范围块之间的方差约束关系。利用这种约束关系, 提出一种快速搜索方法——R-D 搜索方法。

3 R-D 搜索方法

静止图象数据可通过 3 个参量加以描述, 即 (x, y) 决定其坐标位置, z 表示灰度值。在三维空间中, 压缩仿射变换的一般形式为:

$$S \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g & h & s \\ c & d & ja \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \\ o \end{pmatrix}$$

其中, $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, s, o$ 均为实数。

在 PIFS 编码方法中, 一般采用简化形式的压缩仿射变换, 即令: $i = j = g = h = 0$ 这种形式的压缩仿射变换可以分解为两个独立的压缩仿射变换, 即:

$$S1 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$$

$$S2(z) = s \cdot z + o$$

其中, 变换 $S1$ 只改变范围块的位置与形状, 其作用是将范围块的几何形状变换为区域块的形状, 其参数完全由区域块和范围块的形状及位置决定。进一步可简化为 8 种几何变换之一加范围块左上角位置。变换 $S2$ 只改变范围块内各象素的灰度值, 因而有关参数可以独立确定。表示一个压缩仿射变换所

需的参数是:范围块的大小、范围块的位置、作用在范围块的翻转及旋转算子、灰度值压缩因子和灰度值偏移量。

在 PIFS 编码方法中,如果区域块是 $N \times N$ 象素,那么范围块一般是 $2N \times 2N$ 个象素。不妨设:某一区域块是 $r_{ij}(i, j=0, 1, \dots, N-1)$, 某一范围块是 $d_{ij}(i, j=0, 1, \dots, 2N-1)$, 则将压缩仿射变换 $S1$ 作用于 d_{ij} 并作象素合并处理后,得到一 $N \times N$ 个象素的图象块,记为 $d'_{ij}(i, j=0, 1, \dots, N-1)$, 再将压缩仿射变换 $S2$ 作用于图象块 d'_{ij} 后,得到另一 $N \times N$ 个象素的图象块,记为 $d''_{ij}(i, j=0, 1, \dots, N-1)$, 即:

$$d''_{ij} = s \cdot d'_{ij} + o$$

则区域块 r_{ij} 与 d''_{ij} 之间的均方误差是:

$$MSE = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} [r_{ij} - d''_{ij}]^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} [r_{ij} - s \cdot d'_{ij} - o]^2$$

记
$$E(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} r_{ij}$$

$$D(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} [r_{ij} - E(r)]^2$$

$$E(d') = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} d'_{ij}$$

$$D(d') = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} [d'_{ij} - E(d')]^2$$

$$E(r \cdot d') = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (r_{ij} \cdot d'_{ij})$$

根据最小均方误差准则,令

$$\begin{cases} \frac{\partial MSE}{\partial s} = 0 \\ \frac{\partial MSE}{\partial o} = 0 \end{cases}$$

可得:

(1) 若 $D(d')=0$, 则可取的解是:

$$s = 0 \quad o = E(r)$$

参数 s 虽然不符合压缩仿射变换中 $0 < |s| < 1$ 的要求,但可以作为压缩仿射变换的特例。

(2) 若 $D(d') \neq 0$, 则解是:

$$s = \frac{E(r \cdot d') - E(r) \cdot E(d')}{D(d')}$$

$$o = E(r) - s \cdot E(d')$$

其中
$$s = \frac{E(r \cdot d') - E(r) \cdot E(d')}{D(d')}$$

$$\frac{E\{[r - E(r)] \cdot [d' - E(d')]\}}{D(d')}$$

根据三角不等式和荷尔德不等式^[4], 可得:

$$\begin{aligned} |s| &= \left| \frac{E\{[r - E(r)] \cdot [d' - E(d')]\}}{D(d')} \right| = \\ &\frac{|E\{[r - E(r)] \cdot [d' - E(d')]\}|}{D(d')} \leq \\ &\frac{E\{|[r - E(r)] \cdot [d' - E(d')]\}|}{D(d')} \leq \\ &\frac{\{E[(r - E(r))^2] \cdot E[(d' - E(d'))^2]\}^{\frac{1}{2}}}{D(d')} = \\ &\frac{[D(r) \cdot D(d')]^{\frac{1}{2}}}{D(d')} = \left[\frac{D(r)}{D(d')} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

因此,若 $D(r) < D(d')$, 则 $|s| < 1$ 。即: $D(r) < D(d')$ 是 $|s| < 1$ 的充分条件。换句话说,只要区域块的方差比压缩仿射变换 $S1$ 作用后的范围块的方差小,则对应于区域块和范围块的仿射变换 $S2$ 必然是压缩仿射变换。

由此可以看出,根据压缩仿射变换中的这一结论,缩小范围块的搜索范围,不仅可以大大提高搜索速度,而且可以保证匹配精度,保证压缩处理的合理性。据此,本文给出一种基于“区域块与简单变换后的范围块之间的方差关系”的快速搜索方法——R-D(Range block-Domain block)搜索方法。

该方法的基本原理是:对某一个区域块编码时,依该区域块的方差减少范围块的搜索量,即只搜索那些方差大于该区域块方差的范围块,构成区域块与范围块的高质量匹配。

R-D 搜索方法的步骤如下:

(1) 选择范围块后,将压缩仿射变换 $S1$ 作用于范围块。

(2) 计算变换后的范围块方差,并按照方差由小到大的顺序对范围块排序。

(3) 对某一个区域块编码时,首先计算该区域块的方差,然后根据方差大小,确定搜索范围块起始点。

(4) 从该起始点出发,沿方差增大的方向搜索范围块(只搜索那些方差比该区域块的方差大的范围块),得到与该区域块匹配的范围块。

由于 R-D 搜索方法充分利用了区域块与简单变换后的范围块方差之间的约束关系,大大减小了搜索的范围,因而能够显著提高编码速度。另一方面,由于区域块与简单变换后的范围块方差之间的约束关系是充分性的,而不是必要性的,因此在对某一个区域块编码时,如果用 R-D 搜索方法能够找到匹配的范围块,那么用 JFB 搜索方法也一定能找到匹配的范围块;反之,如果用 JFB 搜索方法能够找

到匹配的范围块,那么用R-D搜索方法则不一定能找到匹配的范围块(不过这种情况不多),在这种情况下,只能将区域块分割为更小的区域块进行编码。因而在编码参数相同的情况下JFB搜索方法的压缩比略高于R-D搜索方法,而重建图象的质量基本上没有差异。

4 实验结果

原始图象是 256×256 个象素、每象素8比特的灰度图象GIRLR.IMG(参见图2)。首先将其分割为256个 16×16 的区域块。在对某个 16×16 的区域块编码时,如果找到一个 32×32 的匹配范围块,就对相应的压缩仿射变换的参数进行编码;否则将这一区域块分割为4个 8×8 的区域块。同样,在对某个 8×8 的区域块编码时,如果能找到一个 16×16 的匹配范围块,就对相应的压缩仿射变换的参数进行编码;否则,将这一区域块分割为4个 4×4 的区域块。在对某个 4×4 的区域块编码时,如果能找到一个 8×8 的匹配范围块,就对相应的压缩仿射变

换的参数进行编码;否则,用误差最小的范围块作匹配的范围块进行编码。在原始图象中选择范围块的方法是:行、列方向每隔8个象素选取一个不同的范围块。这样, 32×32 、 16×16 和 8×8 的范围块的数目分别是841、961和1024。

编码时,区域块与范围块匹配的最大均方根误差是: $E_0=8$;解码时取迭代次数

$N_i=8$ 。分别采用JFB搜索方法和R-D搜索方法进行编码的结果如表1所示(N_s 、 N_o 分别是参数 s 、 o 的量化比特数)。由表1看出,JFB搜索方法的压缩比略高于R-D搜索方法,但重建图象的质量稍差。当 $N_s=5$ 、 $N_o=7$ 时,用JFB搜索方法与R-D搜索方法编码的重建图象分别如图3、4所示。综合考虑重建图象质量(包括主、客观质量)与压缩比这2个性能指标,可以说两种方法的编码性能相近,但R-D搜索方法的编码速度提高两倍以上,表明R-D搜索方法有效(表中PIFS算法使用Microsoft C5.0语言实现,实验数据在AST Premmia 4/33微机中获得)。上述实验结果与理论分析的结论是一致的。

表1 JFB搜索方法与R-D搜索方法的比较

Table 1 The Comparison of JFB Searching Method and R-D Searching Method

N_s (比特)	N_o (比特)	压缩比(倍)		RMS		PSNR(分贝)		运行时间(秒)	
		JFB	R-D	JFB	R-D	JFB	R-D	JFB	R-D
6	7	21.2	18.8	6.82	6.75	31.46	31.55	121	45
6	6	21.4	19.2	7.19	6.33	31.00	32.11	128	45
5	7	22.3	20.3	6.45	6.06	31.94	32.48	122	45
5	6	23.0	20.9	6.28	6.28	32.18	32.17	126	45
4	7	23.7	22.1	6.30	6.23	32.14	32.24	124	45
4	6	24.5	22.9	7.30	6.70	30.86	31.60	128	45



图2 原始图象

Fig. 2 Original Image



图3 JFB方法重建图象

Fig. 2 The Decoded Image with JFB



图4 R-D方法重建图象

Fig. 3 The Decoded Image with R-D

参考文献

- 1 徐孟侠, 图象编码的进展, 通信学报, 1993, 14(2).
- 2 吴敏金, 分形与图象压缩编码, 通信学报, 1993, 14(2).
- 3 Jacobs E W, Fisher Y, Boss R D. Image compression; A study of the iterated transform method, Signal Processing, 29(1992)
- 4 Guo jun Lu, Fractal image compression, Signal Processing: Image Communication, 5(1993)
- 5 Arnaud E. Jacquin. Image Codeing Based on a Fractal Theory of Iterated Contractive Image Transformations, IEEE trans. on Image Processing, 1992, 1(1).
- 6 李大华 编. 泛函分析教程. 武汉: 华中工学院出版社, 1986.
- 7 Yuval Fisher, Albert Lawrence. Fractal Image Encoding, AD-A253 892, 1992.
- 8 Monro D M, Dudbridge F. Fractal Block Coding of Images, Electronics Letters, 1992, 28(11).



平西建, 1982年12月毕业于北京航空学院, 获硕士学位。现任郑州信息工程学院信息科学系教授。主要研究兴趣: 图象信源编码理论与方法、图象处理与识别、计算机视觉。

A Study of the Fast Searching Method in Fractal Image Coding

Ping Xijian, Zhou Lihong, Shao Meizhen

(Zhengzhou Information Technology Institute, Zhengzhou 150002)

Abstract After making an intensive study of the principle of fractal image coding, this paper presents a fast searching method named RD searching method, which is based on the relation between the variance of range block and that of simply transformed domain block. When the quality of reconstructed image is comparable to that of JFB searching method, this one increases the encoding speed by about 2 times.

Keywords Contractive affin transform, Iterated function systems

启 事

在北京市邮政管理局和报刊发行局的大力支持协助下, 本刊从1998年起经邮政系统由全国各地邮局发行, 邮发代号: 82-831。目前征订工作已经开始, 敬请全国各地的大专院校、科研机构、企事业单位、政府有关部门、产业界同仁、图书馆、情报文献资料中心、以及广大计算机图象图形工作者和新、老订户抓紧时间到当地邮局订阅。全年订价120.00元。若当地邮局订阅不便, 亦可直接向本刊读者服务部订阅。

地址: 北京海淀区花园路6号

邮编: 100088

电话: 62378784; 62014411-2503

中国图象图形学报

1997年10月